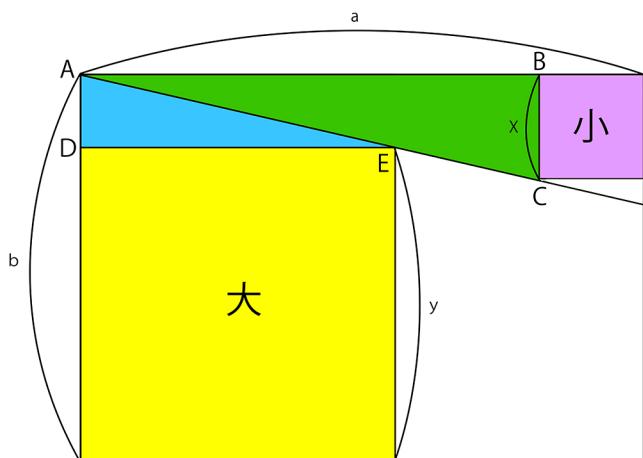


佐久間庸軒ゆかりの和算の問題【解答例】



問題

長方形の中に大小2つの正方形があり
それぞれが1本の斜線に接している
長方形の長辺が51寸 小さい正方形の一片が9寸のとき
長方形の短辺の長さは何寸?
(答えは整数値かつ最小値とする)

図において長方形の長辺を a ・短辺を b 、小さい正方形の一辺を x 、大きい正方形の一辺を y とする。

図の中の2つの三角形、 $\triangle ABC$ と $\triangle EDA$ は相似関係にあり

$$\frac{x}{a-x} = \frac{b-y}{y} \quad \text{の式が成り立つ。}$$

この式の分母を相手の分子に掛けて $xy = (a-x)(b-y)$ とし、式を展開する。

$xy = ab - ay - bx + xy \quad \cdots$ 両辺の xy を移項で相殺する。

$ab - ay - bx = 0 \quad \cdots$ ab の関係式を求める。

$ab = ay + bx \quad \cdots$ ①

① の式に判明している数字「 $a = 51$ 寸」と「 $x = 9$ 寸」を入れて計算する。

$51b = 51y + 9b \quad \cdots$ これを整理する。

$42b = 51y \quad \cdots$ 等数 3 で割って最小とする。

$14b = 17y \quad \cdots$ ここから $b = 17$ 、 $y = 14$ が導かれる。

ここで求めるのは長方形の短辺 b の長さなので、**答えは「17寸」**となる。

【補足】

天井絵の問題文に“各寸止”であることから答えは整数値となる。

b の値は「17」「34」「51」の3つ存在するが、一般に最小値を求めるので「17」が答えとなる。
(整数に限定するのは答えが無数に存在するから)